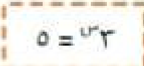
المعادلات الأسية هي المعادلات التي يكون فيها المجهول موجود في الأس



هذه المعادلة يمكن حلها بوضع العدد ٨ في صورة قوى العدد ٢

$٢^{س} = ٢^{٣}$

∴ س = ٣



هذه المعادلة لا يمكن وضع العدد ٥ في صورة قوى العدد ٣

بالتالي تستخدم العمليات العكسية (اللوغاريتمات) في حل هذه المعادلة

أمثلة: (١) حل كلاً من المعادلات الآتية:

(ج) $٣^{٢س} = ٨$	(ب) $٢^{٣س} = ٣٥$	(أ) $٥^{س} = ١٨$
الحل	الحل	الحل
بأخذ لوغاريتم الأساس ١٠ للطرفين	بأخذ لوغاريتم الأساس ١٠ للطرفين	بأخذ لوغاريتم الأساس ١٠ للطرفين
لو $٣^{٢س}$ = لو ٨	....	لو $٥^{س}$ = لو ١٨
٢س لو ٣ = لو ٨	....	س لو ٥ = لو ١٨
س = $\frac{لو ٨}{٢ لو ٣}$	....	س = $\frac{لو ١٨}{لو ٥}$
س= ٠,٦٣١	....	س= ١,٨

(و) $٣^{س} = ٢^{س+١}$	(هـ) $٣^{٢س-٥} = ٢٠$	(د) $٢^{س+١} = ٢٥$
الحل	الحل	الحل
لو $٣^{س}$ = لو $٢^{س+١}$	لو $٣^{٢س-٥}$ = لو ٢٠	لو $٢^{س+١}$ = لو ٢٥
س لو ٣ = (س+١) لو ٢	(٢س-٥) لو ٣ = لو ٢٠	(س+١) لو ٢ = لو ٢٥
س لو٣ = س لو ٢ + لو ٢	٢س لو٣ -٥ لو ٣ = لو ٢٠	س لو٢ + لو ٢ = لو ٢٥
س لو ٣ - س لو ٢= لو ٢	٢س لو ٣ = لو ٢٠ +٥ لو ٣	س لو ٢ = لو ٢٥ – لو ٢
س (لو ٣ – لو ٢) = لو ٢	س = $\frac{لو ٢٠ + ٥ لو ٣}{٢ لو ٣}$	س = $\frac{لو ٢٥ - لو ٢}{لو ٢}$
س = $\frac{لو ٢}{لو ٣ - لو ٢}$	$\frac{\log(20)+5\log(3)}{2\log(3)}$ 3.863416514	$\frac{\log(25)-\log(2)}{\log(2)}$ 3.64385619
$\frac{\log(2)}{\log(3)-\log(2)}$ 1.709511291	س= ٣,٨٦	س= ٣,٦٤
س= ١,٧١		

(ز) ٥$^{س+٢}$ = ٧$^{٤-٣س}$

الحل

لو ٥$^{س+٢}$ = لو ٧$^{٤-٣س}$

(س+٥) لو ٥ = (٤-٣س) لو ٧

س لو ٥ + ٥ لو ٥= ٤ لو ٧ -٣س لو٧

تجميع الحدود التي تشمل على س وأخذ س عامل مشترك

س لو ٥ +٣س لو٧ = ٤ لو ٧ – ٥لو٥

س (لو٥ + ٣ لو ٧) = ٤لو٧ – ٥لو٥

س = $\frac{\text{٤لو٧-٥لو٥}}{\text{لو٥+٣لو٧}}$

استخدم الحاسبة لإيجاد قيمة س

....

....

(ح) ٤$^{١-٣س}$ = ٣$^{س-٢}$

الحل

بأخذ لوغاريتم الأساس ١٠ للطرفين

....

استخدم قانون القوة

....

اضرب لو٤ في القوس، لو٣ في القوس

....

تجميع الحدود واخذ س عامل مشترك

....

....

اقسم على القوس المضروب × س

....

استخدم الحاسبة لإيجاد قيمة س

....

(ط) ٢^{س} = ٢(٥^{س})

الحل

لو ٢^{س} = لو ٢(٥^{س})

الطرف الأيسر لوغاريتم الضرب = مجموع لوغاريتمين

س لو ٢ = لو ٢ + لو ٥^{س}

س لو ٢ = لو ٢ + س لو ٥

س لو ٢ - س لو ٥ = لو ٢

س (لو ٢ – لو ٥) = لو ٢

....

....

....

....

....

(ي) ٤^{س} = ٧(٣^{س})

الحل

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

(ك) ٢$^{س+١}$ = ٣(٥^{س})

الحل

لو ٢$^{س+١}$ = لو ٣(٥^{س})

(س+١) لو ٢ = لو ٣ + لو ٥^{س}

س لو٢ + لو ٢ = لو ٣ + س لو ٥

س لو٢ - س لو ٥= لو ٣ – لو ٢

س (لو٢ -لو٥) = لو ٣ – لو ٢

....

....

....

....

....

(ل) ٥ (٢$^{س-٣}$) = ٤ (٣$^{س+٤}$)

الحل

لو ٥ (٢$^{س-٣}$) = لو ٤ (٣$^{س+٤}$)

كلا الطرفين لوغاريتم الضرب يحول لمجموع لوغاريتمين

لو ٥ + لو ٢$^{س-٣}$ = لو ٤ + لو ٣$^{س+٤}$

لو ٥+(س-٣)لو٢= لو ٤ +(س+٤)لو٣

لو٥+س لو٢ -٣لو٢=لو٤+س لو٣+٤لو٣

س لو٢ -س لو٣ = لو٤+٤لو٣-لو٥ +٣لو٢

س(لو٢ -لو٣)= لو٤+٤لو٣-لو٥ +٣لو٢

....

....

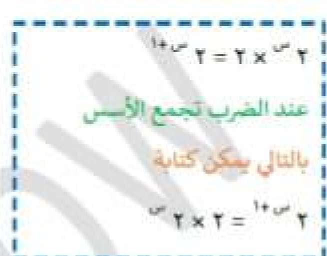
....

....

(٢ – أ) بين أن $٢^{س+١} + ٦\,(٢^{س-١}) = ١٢$ يمكن كتابتها في صورة $٢(٢^{س}) + ٣(٢^{س}) = ١٢$

الحل







بالتعويض بالنتائج السابقة في المعادلة المعطاة

$٢^{س+١} + ٦\,(٢^{س-١}) = ١٢$ $= ٢ \times ٢^{س} + ٦ \times \frac{١}{٢} \times ٢^{س} = ١٢$

$= ٢(٢^{س}) + ٣(٢^{س}) = ١٢$

(٢ – ب) حل المعادلة $٢^{س+١} + ٦\,(٢^{س-١}) = ١٢$ واكتب الناتج لأقرب ٣ أرقام معنوية

الحل

من النتيجة السابقة التي حصلنا عليها في الجزئية (أ)

$= ٢(٢^{س}) + ٣(٢^{س}) = ١٢$

$\therefore ٥(٢^{س}) = ١٢$ بأخذ لوغاريتم الطرفين

لو $٥(٢^{س})$ = لو ١٢

لو ٥ + لو $٢^{س}$ = لو ١٢

لو٥ + س لو ٢ = لو ١٢

س لو ٢ = لو ١٢ – لو ٥

$س = \frac{لو١٢ - لو٥}{لو٢} = ١,٢٦$

يمكن الحل بالطريقة التالية

بالقسمة على ٥

$٢^{س} = \frac{١٢}{٥}$

لو $٢^{س}$ = لو $\frac{١٢}{٥}$

س لو ٢ = لو ١٢ – لو ٥

$س = \frac{لو١٢ - لو٥}{لو٢} = ١,٢٦$

(٦) حل كلاً من المعادلات الآتية، واكتب الناتج مقرباً لأقرب ٣ أرقام معنوية

(أ) $٤^{س} + ٢^{س} - ١٢ = ٠$

الحل

$٤^{س} = ٢^{٢س}$

$\therefore ٢^{٢س} + ٢^{س} - ١٢ = ٠$

بوضع $ص = ٢^{س}$ $\therefore ص^{٢} = ٢^{٢س}$

$\therefore ص^{٢} + ص - ١٢ = ٠$

$(ص - ٣)(ص + ٤) = ٠$

ص = ٣ ، ص = -٤

$٢^{س} = ٣$ ، $٢^{س} = -٤$ مرفوض

$س = \frac{لو٣}{لو٢}$

س = ١,٥٨

(ب) $٣(١٦^{س}) - ١٠(٤^{س}) + ٣ = ٠$

الحل

$١٦^{س} = ٤^{٢س}$

$\therefore ٣(٤)^{٢س} - ١٠(٤)^{س} + ٣ = ٠$

بوضع $ص = ٤^{س}$ $\therefore ص^{٢} = ٤^{٢س}$

$\therefore ٣ص^{٢} - ١٠ص + ٣ = ٠$

$(٣ص - ١)(ص - ٣) = ٠$

٣ص = ١ ، ص = ٣

$ص = \frac{١}{٣}$

....

....

....

(ج) $٤^{س} + ١٥ = ٤(٢^{س+١})$

الحل

$٤^{س} = ٢^{٢س}$

$\therefore ٢^{٢س} - ٤ \times ٢ \times ٢^{س} + ١٥ = ٠$

$\therefore ٢^{٢س} - ٨(٢^{س}) + ١٥ = ٠$

بوضع $ص = ٢^{س}$ $\therefore ص^{٢} = ٢^{٢س}$

$\therefore ص^{٢} - ٨ص + ١٥ = ٠$

$(ص - ٣)(ص - ٥) = ٠$

ص = ٣ ، ص = ٥

....

....

....

(د) $٢(٩^{س}) = ٣^{س+١} + ٢٧$

الحل

$٩^{س} = ٣^{٢س}$

$\therefore ٢(٣^{٢س}) - ٣ \times ٣^{س} - ٢٧ = ٠$

بوضع $ص = ٣^{س}$ $\therefore ص^{٢} = ٣^{٢س}$

$\therefore ٢ص^{٢} - ٣ص - ٢٧ = ٠$

$(٢ص - ٩)(ص + ٣) = ٠$

٢ص = ٩ ، ص = -٣

$ص = \frac{٩}{٢}$

....

....

....

(ج) $٢^{س+١} + ٥(٢^{س-١}) = ٢^{٤}$

الحل

يجب إعادة كتابة $٢^{س+١} = ٢^{س} \times ٢$

يجب إعادة كتابة $٢^{س-١} = ٢^{س} \times ٢^{-١} = ٢^{س} \times \frac{١}{٢}$

$\therefore ٢^{س} \times ٢ + ٥ \times ٢^{س} \times \frac{١}{٢} = ١٦$

$\therefore ٢^{س} (٢ + ٥ \times \frac{١}{٢}) = ١٦$

$\therefore ٢^{س} \times \frac{٩}{٢} = ١٦$

$\therefore ٢^{س} = \frac{١٦ \times ٢}{٩} = \frac{٣٢}{٩}$

....

....

....

(د) $٥^{س} + ٥^{٣} = ٥^{س+٢}$

الحل

يجب إعادة كتابة $٥^{س+٢} = ٥^{س} \times ٥^{٢}$

$\therefore ٥^{س} + ٥^{٣} = ٥^{س} \times ٢٥$

$\therefore ٥^{س} - ٥^{س} \times ٢٥ = -١٢٥$

$\therefore ٥^{س} (١ - ٢٥) = -١٢٥$

$\therefore ٥^{س} \times (-٢٤) = -١٢٥$

$\therefore ٥^{س} = \frac{-١٢٥}{-٢٤} = \frac{١٢٥}{٢٤}$ بأخذ لوغاريتم الطرفين

....

....

....

(هـ) $٤^{س-١} = ٤^{س} - ٤^{٣}$

الحل

يجب إعادة كتابة $٤^{س-١} = ٤^{س} \times ٤^{-١} = ٤^{س} \times \frac{١}{٤}$

$\therefore ٤^{س} \times \frac{١}{٤} = ٤^{س} - ٤^{٣}$

$\therefore ٤^{س} \times \frac{١}{٤} - ٤^{س} = -٦٤$

$\therefore ٤^{س} (\frac{١}{٤} - ١) = -٦٤$

$\therefore ٤^{س} \times \frac{-٣}{٤} = -٦٤$

$\therefore ٤^{س} = \frac{-٦٤ \times ٤}{-٣} = \frac{٢٥٦}{٣}$

....

....

....

(و) $٣^{س+١} - ٢(٣^{س-٢}) = ٥$

الحل

يجب إعادة كتابة $٣^{س+١} = ٣^{س} \times ٣$

يجب إعادة كتابة $٣^{س-٢} = ٣^{س} \times ٣^{-٢} = ٣^{س} \times \frac{١}{٩}$

$\therefore ٣^{س} \times ٣ - ٢ \times ٣^{س} \times \frac{١}{٩} = ٥$

$\therefore ٣^{س} (٣ - ٢ \times \frac{١}{٩}) = ٥$

$\therefore ٣^{س} \times \frac{٢٥}{٩} = ٥$

$\therefore ٣^{س} = \frac{٩ \times ٥}{٢٥} = \frac{٩}{٥}$

....

....

....

٤) حل كلاً من المعادلات الآتية، واكتب الناتج مقرباً لأقرب ٣ أرقام معنوية

(أ) $٥^{٢س} - ٥(٥^{س}) + ٦ = ٠$

الحل

بوضع ص = $٥^{س}$ ∴ $ص^{٢} = ٥^{٢س}$

∴ $ص^{٢} - ٥ص + ٦ = ٠$

(ص − ٢) (ص − ٣) = ٠

ص= ٢   ص= ٣

$٥^{س} = ٢$ $٥^{س} = ٣$

$س = \frac{لو٢}{لو٥}$ $س = \frac{لو٣}{لو٥}$

س= ٠,٤٣١   س= ٠,٦٨٣

(ب) $٢^{٢س} + ٥ = ٦ \times ٢^{س}$

الحل

بوضع ص = $٢^{س}$ ∴ $ص^{٢} = ٢^{٢س}$

$ص^{٢} + ٥ = ٦ص$

$ص^{٢} - ٦ص + ٥ = ٠$

(ص − ٥) (ص − ١) = ٠

ص= ٥   ص= ١

$٢^{س} = ٥$ $٢^{س} = ١$

$س = \frac{لو٥}{لو٢}$ $٢^{س} = ٢^{٠}$

س= ٢,٣٢   س= ٠

(ج) $٣^{٢س} = ٦ \times ٣^{س} + ٧$

الحل

بوضع ص = $٣^{س}$ ∴ $ص^{٢} = ٣^{٢س}$

$ص^{٢} = ٦ص + ٧$

$ص^{٢} - ٦ص - ٧ = ٠$

(ص − ٧) (ص + ١) = ٠

ص= ٧   ص= -١

$٣^{س} = ٧$ $٣^{س} = -١$

$س = \frac{لو٧}{لو٣}$ مرفوض

س= ١,٧٧

(د) $٤^{٢س} + ٢٧ = ١٢(٤^{س})$

الحل

بوضع ص = $٤^{س}$ ∴ $ص^{٢} = ٤^{٢س}$

$ص^{٢} + ٢٧ = ١٢ص$

$ص^{٢} - ١٢ص + ٢٧ = ٠$

(ص − ٩) (ص − ٣) = ٠

ص= ٩   ص= ٣

$٤^{س} = ٩$ $٤^{س} = ٣$

$س = \frac{لو٩}{لو٤}$ $س = \frac{لو٣}{لو٤}$

س= ١,٥٨   س= ٠,٧٩٢

(٥) حل كلاً من المعادلات الآتية، واكتب الناتج مقرباً لأقرب ٣ أرقام معنوية

(أ) $٢^{٢س} - ٢^{س+١} - ٣٥ = ٠$

الحل

∴ $٢^{٢س} - ٢^{س} × ٢ - ٣٥ = ٠$

بوضع ص = $٢^{س}$ ∴ $ص^{٢} = ٢^{٢س}$

∴ $ص^{٢} - ٢ص - ٣٥ = ٠$

(ص − ٧) (ص + ٥) = ٠

ص = ٧ ص = -٥

$٢^{س} = ٧$ $٢^{س} = -٥$

س = $\frac{لو ٧}{لو ٢}$ مرفوض

س = ٢,٨١

(ب) $٣^{٢س} - ٣^{س+١} = ١٠$

الحل

∴ $٣^{٢س} - ٣^{س} × ٣ - ١٠ = ٠$

بوضع ص = $٣^{س}$ ∴ $ص^{٢} = ٣^{٢س}$

∴ $ص^{٢} - ٣ص - ١٠ = ٠$

(ص − ٥) (ص + ٢) = ٠

ص = ٥ ص = -٢

$٣^{س} = ٥$ $٣^{س} = -٢$

س = $\frac{لو ٥}{لو ٣}$ مرفوض

س = ١,٤٦

(ج) $٢ (٥^{س+١}) - ٥^{٢س} = ١٦$

الحل

بالضرب × (-١) وإعادة ترتيب المعادلة

∴ $٥^{٢س} - ٥^{س} × ٥ × ٢ + ١٦ = ٠$

∴ $٥^{٢س} - ٥^{س} × ١٠ + ١٦ = ٠$

بوضع ص = $٥^{س}$ ∴ $ص^{٢} = ٥^{٢س}$

∴ $ص^{٢} - ١٠ص + ١٦ = ٠$

(ص − ٨) (ص - ٢) = ٠

ص = ٨ ص = ٢

(د) $٤^{٢س+١} = ١٧ (٤^{س}) - ١٥$

الحل

∴ $٤ (٤^{٢س}) - ١٧ (٤^{س}) + ١٥ = ٠$

بوضع ص = $٤^{س}$ ∴ $ص^{٢} = ٤^{٢س}$

$٤ص^{٢} - ١٧ص + ١٥ = ٠$

(ص − ٣) (٤ص − ٥) = ٠

ص = ٣ ٤ص = ٥

ص = $\frac{٥}{٤}$

(ج) $٢^{س+١} + ٥(٢^{س-١}) = ٢^{٤}$

الحل

يجب إعادة كتابة $٢^{س+١} = ٢^{س} \times ٢$

يجب إعادة كتابة $٢^{س-١} = ٢^{س} \times ٢^{-١} = ٢^{س} \times \frac{١}{٢}$

$\therefore ٢^{س} \times ٢ + ٥ \times ٢^{س} \times \frac{١}{٢} = ١٦$

$\therefore ٢^{س} (٢ + ٥ \times \frac{١}{٢}) = ١٦$

$\therefore ٢^{س} \times \frac{٩}{٢} = ١٦$

$\therefore ٢^{س} = \frac{١٦ \times ٢}{٩} = \frac{٣٢}{٩}$

(د) $٥^{س} + ٥^{٢} = ٥^{س+٢}$

الحل

يجب إعادة كتابة $٥^{س+٢} = ٥^{س} \times ٥^{٢}$

$\therefore ٥^{س} + ٥^{٢} = ٥^{س} \times ٢٥$

$\therefore ٥^{س} - ٥^{س} \times ٢٥ = -٢٥$

$\therefore ٥^{س} (١ - ٢٥) = -١٢٥$

$\therefore ٥^{س} \times (-٢٤) = -١٢٥$

$\therefore ٥^{س} = \frac{-١٢٥}{-٢٤} = \frac{١٢٥}{٢٤}$ بأخذ لوغاريتم الطرفين

(هـ) $٤^{س-١} = ٤^{س} - ٤^{٣}$

الحل

يجب إعادة كتابة $٤^{س-١} = ٤^{س} \times ٤^{-١} = ٤^{س} \times \frac{١}{٤}$

$\therefore ٤^{س} \times \frac{١}{٤} = ٤^{س} - ٤^{٣}$

$\therefore ٤^{س} \times \frac{١}{٤} - ٤^{س} = -٦٤$

$\therefore ٤^{س} (\frac{١}{٤} - ١) = -٦٤$

$\therefore ٤^{س} \times \frac{-٣}{٤} = -٦٤$

$\therefore ٤^{س} = \frac{-٤ \times ٦٤}{-٣} = \frac{٢٥٦}{٣}$

(و) $٣^{س+١} - ٢(٣^{س-٢}) = ٥$

الحل

يجب إعادة كتابة $٣^{س+١} = ٣^{س} \times ٣$

يجب إعادة كتابة $٣^{س-٢} = ٣^{س} \times ٣^{-٢} = ٣^{س} \times \frac{١}{٩}$

$\therefore ٣^{س} \times ٣ - ٢ \times ٣^{س} \times \frac{١}{٩} = ٥$

$\therefore ٣^{س} (٣ - ٢ \times \frac{١}{٩}) = ٥$

$\therefore ٣^{س} \times \frac{٢٥}{٩} = ٥$

$\therefore ٣^{س} = \frac{٩ \times ٥}{٢٥} = \frac{٩}{٥}$